

Goniometrie a trigonometrie

Souhrn pro žáky - 6. hodina: stupňová a oblouková míra

1. Jeden úhel - dva zápisy

Úhel můžeme vyjádřit ve stupních nebo v radiánech. Oba zápisy popisují stejnou velikost úhlu, jen používají jinou jednotku.

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \quad 180^\circ = \pi \text{ rad} \quad 90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$$

2. Co je 1 radián?

Na kružnici o poloměru r vezmeme oblouk délky právě r . Středový úhel, který tento oblouk vymezuje, má velikost 1 rad. Celý obvod kružnice je $2\pi r$, proto celá otočka odpovídá 2π radiánům.

$$1 \text{ rad} \leftrightarrow \text{délka oblouku } s = r$$

3. Převody

Stupně → radiány $\alpha^\circ \cdot \pi/180$					Radiány → stupně $\beta \cdot 180/\pi$			
stupně	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
radiány	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π

4. Příklady

$150^\circ \rightarrow$ radiány: $150 \cdot \pi/180 = 5\pi/6 \text{ rad}$. $-90^\circ: -\pi/2 \text{ rad}$.

$5\pi/6 \text{ rad} \rightarrow$ stupně: $5\pi/6 \cdot 180/\pi = 150^\circ$. $7\pi/4 \text{ rad}: 315^\circ$.

Rychlá kontrola: porovnávej s $180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad}$. Např. 60° je třetina ze 180° , proto $60^\circ = \pi/3 \text{ rad}$.

Procvičení a sebehodnocení

Nejdřív řeš samostatně. Teprve potom porovnej s řešením.

5. DEG nebo RAD?

Kalkulačka musí vědět, v jaké jednotce je úhel zadán. DEG používáme pro stupně, RAD pro radiány. Správný výpočet ve špatném režimu vede k chybnému výsledku.

30° → DEG $\pi/6 \rightarrow$ RAD

6. Zkontroluj se

1. Kolik radiánů je 180°?
2. Převed' 120° na radiány.
3. Převed' 225° na radiány.
4. Převed' $\pi/4$ rad na stupně.
5. Převed' $3\pi/2$ rad na stupně.
6. Jak zapíšeš -45° v radiánech?
7. Proč je tvrzení „ $60^\circ = \pi/2$ rad“ chybné?
8. V jakém režimu musí být kalkulačka při výpočtu $\sin(\pi/6)$?

7. Řešení pro kontrolu

1. π rad.
2. $2\pi/3$ rad.
3. $5\pi/4$ rad.
4. 45° .
5. 270° .
6. $-\pi/4$ rad.
7. 60° je třetina ze 180° , proto musí odpovídat $\pi/3$ rad.
8. RAD.

8. Co si z hodiny odnést

Stejný úhel lze zapsat ve stupních i radiánech. Základní most je $180^\circ = \pi$ rad. Převod není jen vzorec - často ho lze rychle odvodit poměrem k 180° .

9. Kam míříme dál

V dalších hodinách se vrátíme ke goniometrickým funkcím. Radiány budeme používat při práci s jejich grafy a vlastnostmi a později také v technických a fyzikálních aplikacích.

10. Moje sebehodnocení

☐ Zvládám samostatně. ☐ Základ chápu, ale potřebuji ještě procvičit. ☐ Potřebuji znovu vysvětlit.

Jeden převod, který už umím vysvětlit spolužákovi: _____

Co si ještě potřebuji procvičit: _____