

Goniometrie a trigonometrie

Souhrn pro žáky - 5. hodina: úvod do goniometrických funkcí

1. Od kružnice k funkci

Z minulé hodiny už víš, že bod P na jednotkové kružnici má souřadnice $[x, y]$ a platí $\cos \alpha = x$, $\sin \alpha = y$. Teď se na tento vztah podíváme jako na funkci: zadáme úhel a dostaneme číslo.

VSTUP: úhel $\alpha \rightarrow$ VÝSTUP: $\sin \alpha$ nebo $\cos \alpha$

Funkce přiřazuje každému vstupu právě jednu hodnotu. Například $\sin 30^\circ = 0,5$.

2. Základní hodnoty

α	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	1

3. Dvě klíčové vlastnosti

$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ a $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$

Proč? Sinus a kosinus jsou souřadnice bodu na kružnici o poloměru 1, takže žádná z nich nemůže být větší než 1 ani menší než -1.

$\sin(\alpha + 360^\circ) = \sin \alpha$ a $\cos(\alpha + 360^\circ) = \cos \alpha$

Po celé otočce se koncové rameno vrátí do stejné polohy, proto se hodnoty opakují. Této vlastnosti říkáme periodicitu.

4. Znaménko jako rychlá kontrola

Kvadrant	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
I.	+	+
II.	+	-
III.	-	-
IV.	-	+

Příklad: 120° leží ve II. kvadrantu, proto musí být $\sin 120^\circ$ kladný a $\cos 120^\circ$ záporný.

5. Kalkulačka: nejdřív přemýšlej, potom ověřuj

Při práci ve stupních zkontroluj režim DEG. Ještě před výpočtem odhadni znaménko a ověř, že výsledek leží v intervalu $[-1; 1]$.

30° : $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ \approx 0,866$ | 120° : $\sin 120^\circ \approx 0,866$; $\cos 120^\circ = -0,5$

Procvičení a sebehodnocení

Nejdřív řeš samostatně. Teprve potom porovnej s řešením.

6. Zkontroluj se

1. Co je vstupem funkce $\sin \alpha$ a co je jejím výstupem?
2. Může platit $\sin \alpha = 1,4$? Zdůvodni.
3. Jaké znaménko má $\cos 150^\circ$?
4. Jaké znaménko má $\sin 250^\circ$?
5. Co očekáváš pro $\sin 390^\circ$ ve srovnání se $\sin 30^\circ$?
6. Proč se hodnoty sinu a kosinu po 360° opakují?
7. Kalkulačka ukáže pro $\sin 30^\circ$ hodnotu -0,988. Co zkontroluješ jako první?

7. Řešení pro kontrolu

1. Vstupem je úhel α , výstupem číslo $\sin \alpha$.
2. Ne. Sinus nabývá jen hodnot od -1 do 1.
3. Záporné - 150° je ve II. kvadrantu.
4. Záporné - 250° je ve III. kvadrantu.
5. Jsou stejné: $390^\circ = 30^\circ + 360^\circ$.
6. Po celé otočce se koncové rameno vrátí do stejného bodu jednotkové kružnice.
7. Režim kalkulačky - pro stupně musí být DEG.

8. Co si z hodiny odnést

Goniometrická funkce: úhel $\rightarrow$ číslo. Sinus a kosinus mají hodnoty od -1 do 1. Po 360° se jejich hodnoty opakují. Kvadrant a jednotková kružnice pomáhají ověřit, zda výsledek dává smysl.

9. Kam míříme dál

Na funkční pohled navážeme grafy a vlastnostmi goniometrických funkcí. Později je využijeme při určování stran a úhlů v trojúhelníku (věta sinová a kosinová), v goniometrických rovnicích a při úpravách výrazů.

10. Moje sebehodnocení

[] Zvládám samostatně. [] Základ chápu, ale potřebuji ještě procvičit. [] Potřebuji znovu vysvětlit některou část. Jedna věc, kterou už umím vysvětlit spolužákovi: _____ Jedna věc, kterou si ještě potřebuji procvičit: _____