

StarPath scénář

Planimetrie - obvody a obsahy rovinných obrazců

Doprovodný dokument pro učitele

1. Stručný popis mise

Mise je určena k opakování a upevnění základních pojmů planimetrie. Zaměřuje se na rozdíl mezi obvodem a obsahem, správné jednotky, výběr vhodného vzorce a kontrolu přiměřenosti výsledku. Žáci postupují od jednoduchých obrazců ke složitějším úvahám a v diagnostických odbočkách se vracejí k podstatě chyb.

2. Cíle hodiny

- rozlišit obvod a obsah rovinného obrazce,
- použít základní vzorce pro čtverec, obdélník, kružnici, kruh, trojúhelník, lichoběžník, kosodélník a kosočtverec,
- správně pracovat s jednotkami délky a obsahu,
- rozhodnout, který vzorec je pro danou situaci vhodný,
- odhadnout, zda výsledek dává smysl v praktické situaci.

3. Doporučený průběh hodiny

Čas	Činnost	Poznámka pro učitele
5 min	Rychlé naladění	Na tabuli připomenout rozdíl: obvod = okraj, obsah = plocha.
25-30 min	StarPath mise	Žáci hlasují, učitel sleduje rozložení odpovědí a podle potřeby využije mentorské vysvětlení.
5-8 min	Krátká reflexe	Co bylo nejčastějším zdrojem chyb: vzorec, jednotka, výška, nebo záměna obvodu a obsahu?
2-5 min	Závěr	Jedna praktická otázka: kdy v praxi počítáme obvod a kdy obsah?

4. Přehled hlavních vzorců

Obrazec	Obvod	Obsah	Poznámka
Čtverec	$o = 4a$	$S = a^2$	Všechny strany jsou stejné.
Obdélník	$o = 2(a + b)$	$S = a \cdot b$	Dvě dvojice shodných stran.
Kružnice / kruh	$o = 2\pi r = \pi d$	$S = \pi r^2$	Kružnice je okraj, kruh je plocha.
Trojúhelník	$o = a + b + c$	$S = a \cdot v_a / 2$	Výška musí příslušet zvolené základně.
Lichoběžník	$o = a + b + c + d$	$S = (a + c) \cdot v / 2$	a, c jsou rovnoběžné základny.

Kosodélník	$o = 2(a + b)$	$S = a \cdot v_a$	Výška je kolmá vzdálenost.
Kosočtverec	$o = 4a$	$S = a \cdot v_a$ nebo $S = e \cdot f / 2$	Všechny strany jsou stejně dlouhé.

5. Seznam planet hlavní cesty

Pořadí	Planeta	Správná odpověď	Význam otázky
1	Start: obvod a obsah	B	Obvod je délka hranice obrazce. Obsah vyjadřuje velikost plochy uvnitř obrazce.
2	Jednotky obvodu a obsahu	D	Obvod je délka, proto se zapisuje například v cm nebo m. Obsah je plocha, proto používáme čtvereční jednotky, například cm^2 nebo m^2 .
3	Čtverec	A	U čtverce platí $o = 4a$ a $S = a^2$. Pro $a = 6 \text{ cm}$ je obvod 24 cm a obsah 36 cm^2 .
4	Obdélník	C	U obdélníku sčítáme dvě délky a dvě šířky: $o = 2(a + b)$. Obsah je součin délek sousedních stran: $S = a \cdot b$.
5	Kružnice a kruh	B	Kružnice je pouze hranice, tedy množina bodů stejně vzdálených od středu. Kruh je celá plocha uvnitř této hranice včetně hranice.
6	Délka kružnice	D	Délka kružnice je obvod kruhu. Pro poloměr r platí $o = 2\pi r$. Pro průměr d platí $o = \pi d$.
7	Obsah kruhu	A	Obsah kruhu počítáme podle vzorce $S = \pi r^2$. Při $r = 3 \text{ cm}$ je $S = 9\pi \text{ cm}^2$, přibližně 28,27 cm^2 .
8	Trojúhelník	C	Obsah trojúhelníku je polovina obsahu obdélníku nebo rovnoběžníku se stejnou základnou a výškou: $S = a \cdot v_a / 2$.
9	Lichoběžník	D	Obsah lichoběžníku je součin výšky a průměru délek obou rovnoběžných základen: $S = (a + c) \cdot v / 2$.
10	Kosodélník	B	Obsah kosodélníku závisí na základně a kolmé

			výšce k této základně. Sousední šikmá strana většinou není výška.
11	Obsah kosodélníku	A	U kosodélníku platí $S = a \cdot v_a$. Dosazením dostaneme $S = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2$.
12	Kosočtverec	C	Kosočtverec má všechny strany stejně dlouhé. Jeho obvod je $4a$. Obsah lze počítat například jako $S = a \cdot v_a$ nebo pomocí úhlopříček $S = e \cdot f / 2$.
13	Kosočtverec a úhlopříčky	B	Obsah kosočtverce lze počítat pomocí úhlopříček: $S = e \cdot f / 2$. Tedy $S = 10 \cdot 6 / 2 = 30 \text{ cm}^2$.
14	Skládání obvodu	D	Obvod je vždy délka celé hranice obrazce. U nepravidelných obrazců nebo obrazců s různými stranami je nejjistější sečíst všechny okrajové úseky.
15	Volba vzorce	A	Vzorec $S = a \cdot v_a / 2$ vyžaduje výšku k dané straně. Když ji neznáme, musíme ji zjistit, dopočítat nebo použít jiný vhodný postup, pokud jej umíme.
16	Kontrola jednotek	C	Obsah se zapisuje ve čtverečních jednotkách. Výsledek $S = 48 \text{ cm}$ je podezřelý, protože cm je jednotka délky, ne plochy.
17	Odhad výsledku	B	Odhad velikosti pomáhá odhalit chybu. Obdélník $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ je výrazně větší než 6 cm^2 , takže je třeba zkontrolovat výpočet nebo jednotky.
18	Praktická volba: plot a dlažba	D	Pletivo souvisí s délkou hranice, tedy s obvodem. Dlaždice pokrývají plochu, tedy obsah.

6. Řešení a komentáře k hlavním otázkám

1. Start: obvod a obsah - správně B: Obvod měří délku okraje, obsah měří plochu uvnitř obrazce.

Obvod je délka hranice obrazce. Obsah vyjadřuje velikost plochy uvnitř obrazce.

2. Jednotky obvodu a obsahu - správně D: Obvod v cm, obsah v cm².

Obvod je délka, proto se zapisuje například v cm nebo m. Obsah je plocha, proto používáme čtvereční jednotky, například cm² nebo m².

3. Čtverec - správně A: $o = 24 \text{ cm}$, $S = 36 \text{ cm}^2$

U čtverce platí $o = 4a$ a $S = a^2$. Pro $a = 6 \text{ cm}$ je obvod 24 cm a obsah 36 cm².

4. Obdélník - správně C: $o = 2(8 + 5) = 26 \text{ cm}$, $S = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$

U obdélníku sčítáme dvě délky a dvě šířky: $o = 2(a + b)$. Obsah je součin délek sousedních stran: $S = a \cdot b$.

5. Kružnice a kruh - správně B: Kružnice je okraj, kruh je plocha uvnitř kružnice včetně okraje.

Kružnice je pouze hranice, tedy množina bodů stejně vzdálených od středu. Kruh je celá plocha uvnitř této hranice včetně hranice.

6. Délka kružnice - správně D: $o = 2\pi r$

Délka kružnice je obvod kruhu. Pro poloměr r platí $o = 2\pi r$. Pro průměr d platí $o = \pi d$.

7. Obsah kruhu - správně A: $S = 9\pi \text{ cm}^2$, přibližně 28,27 cm²

Obsah kruhu počítáme podle vzorce $S = \pi r^2$. Při $r = 3 \text{ cm}$ je $S = 9\pi \text{ cm}^2$, přibližně 28,27 cm².

8. Trojúhelník - správně C: $S = 30 \text{ cm}^2$

Obsah trojúhelníku je polovina obsahu obdélníku nebo rovnoběžníku se stejnou základnou a výškou: $S = a \cdot v_a / 2$.

9. Lichoběžník - správně D: $S = (12 + 8) \cdot 5 / 2 = 50 \text{ cm}^2$

Obsah lichoběžníku je součin výšky a průměru délek obou rovnoběžných základen: $S = (a + c) \cdot v / 2$.

10. Kosodélník - správně B: Protože obsah závisí na základně a kolmé výšce, ne na šikmé sousední straně.

Obsah kosodélníku závisí na základně a kolmé výšce k této základně. Sousední šikmá strana většinou není výška.

11. Obsah kosodélníku - správně A: $S = 36 \text{ cm}^2$

U kosodélníku platí $S = a \cdot v_a$. Dosazením dostaneme $S = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2$.

12. Kosočtverec - správně C: Kosočtverec má všechny strany stejně dlouhé a obsah lze počítat i pomocí výšky.

Kosočtverec má všechny strany stejně dlouhé. Jeho obvod je $4a$. Obsah lze počítat například jako $S = a \cdot v_a$ nebo pomocí úhlopříček $S = e \cdot f / 2$.

13. Kosočtverec a úhlopříčky - správně B: $S = 30 \text{ cm}^2$

Obsah kosočtverce lze počítat pomocí úhlopříček: $S = e \cdot f / 2$. Tedy $S = 10 \cdot 6 / 2 = 30 \text{ cm}^2$.

14. Skládání obvodu - správně D: U obrazce, jehož okraj je tvořen více úsečkami a známe jejich délky.

Obvod je vždy délka celé hranice obrazce. U nepravidelných obrazců nebo obrazců s různými stranami je nejjistější sečíst všechny okrajové úseky.

15. Volba vzorce - správně A: Běžný vzorec s výškou nelze přímo použít, dokud nemáme výšku nebo jiný vhodný postup.

Vzorec $S = a \cdot v_a / 2$ vyžaduje výšku k dané straně. Když ji neznáme, musíme ji zjistit, dopočítat nebo použít jiný vhodný postup, pokud jej umíme.

16. Kontrola jednotek - správně C: $S = 48 \text{ cm}$

Obsah se zapisuje ve čtverečních jednotkách. Výsledek $S = 48 \text{ cm}$ je podezřelý, protože cm je jednotka délky, ne plochy.

17. Odhad výsledku - správně B: Výsledek je podezřele malý, je potřeba zkontrolovat výpočet a jednotky.

Odhad velikosti pomáhá odhalit chybu. Obdélník $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ je výrazně větší než 6 cm^2 , takže je třeba zkontrolovat výpočet nebo jednotky.

18. Praktická volba: plot a dlažba - správně D: Na pletivo obvod, na dlaždice obsah.

Pletivo souvisí s délkou hranice, tedy s obvodem. Dlaždice pokrývají plochu, tedy obsah.

7. Metodické poznámky

- U odpovědí, kde žáci zamění cm a cm^2 , se vyplatí krátce zastavit a nechat je vysvětlit rozdíl vlastními slovy.
- U trojúhelníku, lichoběžníku a kosodélníku zdůrazni význam kolmé výšky. Chyba často nevzniká ve vzorci, ale v nepochopení výšky.

- U kružnice a kruhu je vhodné ukázat rozdíl fyzicky: provázek kolem předmětu znamená obvod, plocha uvnitř znamená obsah.
- Pokud většina třídy odpoví správně, může učitel nechat jednoho mentora vysvětlit řešení slabším žákům krátkou větou.

8. Krátká závěrečná reflexe pro žáky

- Dnes jsem si nejvíc upevnil/a...
- Nejčastější chyba, na kterou si musím dát pozor, je...
- V praxi bych obvod použil/a například při...
- V praxi bych obsah použil/a například při...